

講演題目：「SIR 病理モデルの大域漸近安定性と関連する話題」

室谷義昭、江夏洋一、中田行彦（早稲田大学 基幹理工学部）

1 概要

本講演では、SIR (Susceptible-Infected-Recovered) 感染症モデルの大域漸近安定性に関する Takeuchi, Ma and Beretta [4] を含む最近の研究 ([1-5]) から、特に、Lyapunov 関数とその評価法において、時間遅れ無しのモデルにおいてではあるが、本質的条件を明示した Korobeinikov [1] の結果と時間遅れを含むモデルへ応用した McCluskey [2] の結果、さらに、与えられた系のパーマネンス（初期値によらない正の上極限, 下極限の存在）を保証する Wang [5] 論文に見られる基礎理論をまず紹介する。次に、nonlinear incidence rate (non-monotonic 型を含む) や distributed delays を持つような各種病理モデルの (SIR モデルの perturbation とみれる) への応用を示す (McCluskey [3] 参照)。

そのために、まず、それぞれのパーマネンスにおける上(下)極限の上(下)界の改良をするための単調法を提案する。さらに、Lyapunov 関数の評価を行うための基本となる補題を準備する。

上(下)極限の上(下)界の単調法による改良、および上記の手法と perturbation technique を組み合わせることによる Lyapunov 関数の評価を行い、系の大域漸近安定性のための十分条件を求める。

適用例として、SIRS モデルの 2 つのタイプの perturbation (temporary immunity を含む)、disease induced death rate を持つ SIS モデル、HIV-1 感染症モデル、lytic and nonlytic immune responses をもつ ウィルス感染症モデル SEIV モデル等を紹介する。

さらに、これらの連続型モデルの安定性に関する性質を保存するような離散モデルを得るための離散化手法として、backward Euler 法の 1 変種にも言及する。

参考文献

- [1] A. Korobeinikov, Global Properties of Infectious Disease Models with Nonlinear Incidence, *Bull. Math. Biol.* **69** (2007), 1871-1886.

- [2] C. C. McCluskey, Complete global stability for an SIR epidemic model with delay-Distributed or discrete, *Nonlinear Analysis RWA* **11** (2010), 55-59.
- [3] C. C. McCluskey, Global stability for an SIR epidemic model with delay and nonlinear incidence, *Nonlinear Analysis RWA* doi:10.1016/j.nonrwa.2009.11.005.
- [4] Y. Takeuchi and W. Ma, E. Beretta, Global asymptotic properties of a delay SIR epidemic model with finite incubation times, *Nonlinear Analysis* **42** (2000), 931-947.
- [5] W. Wang, Global behavior of an SEIRS epidemic model with time delays, *Appl. Math. Lett.* **15** (2002), 423-428.