

第109回 広島数理解析セミナー (2007年度)

Hiroshima Mathematical Analysis Seminar No.109

日時 : 6月22日(金) 15:00~17:30

場所 : 広島大学理学部 B707

今回は2件の講演です.

15:00~16:00

講師 : Cornellis W. Oosterlee 氏

(Delft University of Technology / CWI, Center for Mathematics and Computer Science)

題目 : A Novel Multigrid Based Preconditioner
for Heterogeneous Helmholtz Problems

(joint work with Y.A. Erlangga, C. Vuik, A. Kononov and Chr. Dwi Riyanti)

要旨 : In this presentation an iterative solution method, in the form of a preconditioner for a Krylov subspace method, is presented for high wavenumber Helmholtz problems in heterogeneous media. The preconditioner is based on the Helmholtz operator, where an imaginary term is added. This preconditioner can be handled by one iteration of the multigrid method. This may be somewhat surprising as multigrid, without enhancements, has convergence troubles for the original Helmholtz operator at high wavenumbers. The choice of multigrid components for the corresponding preconditioning matrix with a complex diagonal is validated with Fourier analysis. Multigrid analysis results are verified by numerical experiments. High wavenumber Helmholtz problems in 2D heterogeneous media are solved indicating the performance of the preconditioner. The method is parallelized and generalized to three dimensions. We will include a 3D example.

The research is financially supported by Dutch Ministry of Economic Affairs, project BTS01044.

16:30~17:30

講師 : 米田 剛氏 (東京大学)

題目 : Y 関数を使って構成される遅れ型関数微分方程式 $f'(x) = cf(x-1)$ の解の explicit 表示について

要旨 : 本講演では, Y 関数 (Yoneda 関数) を使った遅れ型関数微分方程式 $f'(x) = cf(x-1)$ の解の explicit 表示の方法論を紹介する. なお Y 関数は almost periodic 関数を使って構成される或る進み型方程式の解関数のことをいう. 本講演ではその Y 関数の中でも特に扱いやすい $u'(x) = 4u(2x) - 4u(2x-1)$ の解関数を使う.

遅れ型方程式 $f'(x) = cf(x-1)$ は物理的には例えば「羊の個体群の成長を表す」方程式である. 例えば $f'(x) = cf(x)$ も羊の個体群の成長を表していることになるが, 遅れがないので「赤ん坊の羊は子供を産む」という仮定が implicit に含まれていることになる. 「赤ん坊の羊は子供を産まない, 大人になった羊が子供を産む」という事実を考慮するがゆえに, 上述のような遅れ型方程式 $f'(x) = cf(x-1)$ を考える必要性が生じるのである. しかしながらラプラス変換等を使って遅れ型 $f'(x) = cf(x-1)$ の厳密解を解こうとすると, その特性方程式が超越方程式になるので, それゆえに遅れ型においてはその「厳密解」が定まらないという事実がある. よって遅れ型でもっばら解を具体的に求めるということではなく解のもつ性質を調べるという研究になる. そういう歴史的事情を踏まえた上で「 Y 関数を使うと, 遅れ型関数微分方程式 $f'(x) = cf(x-1)$ の解が explicit にかける」という所を本講演ではアピールしたい. より具体的には, Y 関数には C^∞ 級でサポートがコンパクトの正值関数という, とても使い勝手が良いものが含まれているので, 弱解のテスト関数として Y 関数を使うのである. 詳しいことは講演で話す予定である.

Y 関数を使った解析手法のメリットを以下に述べる.

- ① $f'(x) = cf(x-1)$ に限らず, 色々な遅れ型方程式に応用できる可能性がある.
- ② 通常は $x > 0$ といった半直線の範囲で遅れ型方程式を考えるが, この手法をつかうと (解が弱解の意味になるが) $-\infty < x < \infty$ と, 考える x の範囲を拡張出来る.
- ③ 時間の拡張のみならず, 初期関数の関数クラスを超関数にまで拡張出来るようになる.
- ④ 遅れ型方程式の数値計算に対して, 新しい方法論を提供できる可能性がある.

広島数理解析セミナー幹事

池島 良 (広大教育) ikehatar@hiroshima-u.ac.jp

宇佐美広介 (広大総科) usami@mis.hiroshima-u.ac.jp

大西 勇 (広大理) isamu_o@math.sci.hiroshima-u.ac.jp

川下 美潮 (広大理) kawasita@math.sci.hiroshima-u.ac.jp

倉 猛 (広大理) kura@math.sci.hiroshima-u.ac.jp

柴田徹太郎 (広大工) shibata@amath.hiroshima-u.ac.jp

★滝本 和広 (広大理) takimoto@math.sci.hiroshima-u.ac.jp

平岡 裕章 (広大理) hiraok@hiroshima-u.ac.jp

松本 敏隆 (広大理) mats@math.sci.hiroshima-u.ac.jp

★印は本セミナーの責任者です