

# 第133回 広島数理解析セミナー (2009年度)

## Hiroshima Mathematical Analysis Seminar No.133

日時 : 10月30日(金) 15:00~17:30

場所 : 広島大学理学部 B701

(今回の開催場所は、通常と異なりますのでご注意ください)

今回は2件の講演です。

15:00~16:00

講師 : 生駒 典久 氏 (早稲田大学)

題目 : 非線型連立 Schrödinger 方程式系に対する特異摂動問題

要旨 : この講演では次の非線型連立 Schrödinger 方程式系を考える。

$$\begin{cases} -\varepsilon^2 \Delta u_1 + V_1(x)u_1 = \mu_1 u_1^3 + \beta u_1 u_2^2 & \text{in } \mathbb{R}^N, \\ -\varepsilon^2 \Delta u_2 + V_2(x)u_2 = \beta u_1^2 u_2 + \mu_2 u_2^3 & \text{in } \mathbb{R}^N, \\ u_1, u_2 \in H^1(\mathbb{R}^N). \end{cases} \quad (1)$$

ただし,  $\varepsilon > 0$  をパラメータとし,  $\mu_1, \mu_2, \beta$  は正定数,  $N = 2, 3$  とする.  $\varepsilon \rightarrow 0$  としたときの (1) の解の挙動について考える.

(1) の凝集解  $u_\varepsilon(x) = (u_{\varepsilon,1}(x), u_{\varepsilon,2}(x))$  の挙動としては次のものが考えられる.

- (I)  $V_1(x)$  の臨界点  $x_1$  に凝集し, 適当な rescaling の後に  $(u_{0,1}(x), 0)$  に収束する解. 但し  $u_{0,1}(x)$  は極限方程式  $-\Delta w + V_1(x_1)w = \mu_1 w^3$  の非自明な解.
- (II)  $V_2(x)$  の臨界点  $x_2$  に凝集し, 適当な rescaling の後に  $(0, u_{0,2}(x))$  に収束する解. 但し  $u_{0,2}(x)$  は極限方程式  $-\Delta w + V_2(x_2)w = \mu_2 w^3$  の非自明な解.
- (III)  $x_1, x_2$  ( $x_1 \neq x_2$ ) をそれぞれ  $V_1(x), V_2(x)$  の臨界点とするとき,  $u_1$ -成分  $u_{\varepsilon,1}(x)$  は  $x_1$  に凝集し,  $u_2$ -成分  $u_{\varepsilon,2}(x)$  は  $x_2$  に凝集する解.
- (IV)  $u_\varepsilon(x)$  の  $u_1$ -成分,  $u_2$ -成分は共通の点  $x_0 \in \mathbb{R}^N$  に凝集し, rescaling の後, ある関数  $u_0(x) = (u_{0,1}(x), u_{0,2}(x))$  に収束する. ただし,  $u_{0,1}(x), u_{0,2}(x) \neq 0$ .

この講演では (IV) のタイプの解が存在することを示す.

(早稲田大学の田中和永教授との共同研究)

16:30~17:30

講師 : 川上 竜樹 氏 (東北大学)

題目 : 半空間における非線形境界条件付き熱方程式の大域解の分類

要旨 : 本講演では非線形放射の物理的な解釈の1つとして考えられている非線形境界条件付き熱方程式の初期境界値問題を考える. 非線形放物型問題の正值解の大域挙動についてはこれまでも様々な手法により多くの研究が行われてきた. その中でも全空間の半線形熱方程式  $\partial_t u = \Delta u + u^p$  の正值解に対して Kawanago や Kaviani は適当な初期条件と指数の下で, 解は

- (i) 有限時間爆発する;
- (ii) 時間大域的に存在し,  $\|u(t)\|_{L^\infty(\mathbb{R}^N)} \asymp t^{-\frac{1}{p-1}}$  as  $t \rightarrow \infty$ ;
- (iii) 時間大域的に存在し,  $\|u(t)\|_{L^\infty(\mathbb{R}^N)} \asymp t^{-\frac{N}{2}}$  as  $t \rightarrow \infty$

と分類されることを示した.

一方非線形境界条件付き熱方程式についても多くの研究が行われてきているが, 解の大域挙動については半空間でさえほとんど結果が得られておらず, 既存の結果としては, 藤田型方程式と同様に, ある指数によって時間大域解の存在非存在が変化することが知られているのみである.

本講演では半空間における非線形境界条件付き熱方程式の正值解に対して上記の半線形熱方程式の解に対する結果と同様の結果を得ることを目標とする. なお本講演の内容は東北大学の石毛和弘氏との共同研究によるものである.

今回は, 通常の場合 (B707) の向かいのセミナー室ですのでご注意ください.

広島数理解析セミナー幹事

池島 良 (広大教育) ikehatar@hiroshima-u.ac.jp  
市原 直幸 (広大工) naoyuki@hiroshima-u.ac.jp  
宇佐美広介 (広大理) usami@mis.hiroshima-u.ac.jp  
大西 勇 (広大理) isamu\_o@math.sci.hiroshima-u.ac.jp  
川下 美潮 (広大理) kawasita@math.sci.hiroshima-u.ac.jp  
倉 猛 (広大理) kura@math.sci.hiroshima-u.ac.jp  
佐々木良勝 (広大理) sasakiyo@hiroshima-u.ac.jp  
柴田徹太郎 (広大工) shibata@amath.hiroshima-u.ac.jp  
★滝本 和広 (広大理) takimoto@math.sci.hiroshima-u.ac.jp  
平岡 裕章 (広大理) hiraok@hiroshima-u.ac.jp  
松本 敏隆 (広大理) mats@math.sci.hiroshima-u.ac.jp

★印は本セミナーの責任者です