

第59回 広島数理解析セミナー (2003年度)

Hiroshima Mathematical Analysis Seminar No.59

日時 : 5月23日(金) 16:30~17:30

場所 : 広島大学理学部 B707

講師 : 榎崎 隆氏 (東海大学)

題目 : Damped Wave Equations の L^p - L^q 評価とその応用

要旨 : Damped Wave Equation に関するコーシー問題を扱う (a は正定数).

$$\partial_t^2 u - \Delta u + 2a\partial_t u = 0, \quad u(0, x) = \varphi_0(x), \quad \partial_t u(0, x) = \varphi_1(x), \quad (t, x) \in (0, \infty) \times \mathbf{R}^n. \quad (1)$$

Marcati-Nishihara ($n = 1$) 及び Nishihara ($n = 3$) は問題 (1) の解 u と対応する熱方程式問題

$$2a\partial_t \phi - \Delta \phi = 0, \quad \phi(0, x) = \varphi_0(x) + \varphi_1(x)/2a, \quad (t, x) \in (0, \infty) \times \mathbf{R}^n$$

の解 ϕ の差について以下の L^p - L^q 評価を示した.

$$\begin{aligned} & \|u(t, \cdot) - \phi(t, \cdot) - e^{-at} M(t)(\varphi_0, \varphi_1)\|_p \\ & \leq C(p, q) t^{-n/2(1/q-1/p)-1} (\|\varphi_0\|_q + \|\varphi_1\|_q), \quad t \geq 1, \quad (1 \leq q \leq p \leq \infty). \end{aligned}$$

ここで補正項 $M(t)$ は Damping のない波動方程式に関する Cauchy 問題の解に関連する項である.

本講演では全ての空間次元 n に対して Marcati-Nishihara タイプの線形評価を示す.

上記線形評価を以下の半線形問題へと応用し

$$\partial_t^2 u - \Delta u + 2a\partial_t u = |u|^\sigma u, \quad u(0, x) = \varphi_0(x), \quad u_t(0, x) = \varphi_1(x), \quad (t, x) \in (0, \infty) \times \mathbf{R}^n.$$

$n \leq 5$, $\sigma > 2/n$ であれば small data time global solution (SGS) が存在する事を示す.

また, 線形評価証明のアイデアを用いて, 以下の特異摂動問題も取り上げる.

$$\begin{aligned} \epsilon \partial_t^2 u - \Delta u + 2a\partial_t u &= 0, \quad \epsilon \rightarrow +0, \\ u(0, x) = \varphi_0(x), \quad \partial_t u(0, x) &= \varphi_1(x), \quad (t, x) \in (0, \infty) \times \mathbf{R}^n. \end{aligned}$$

広島数理解析セミナー幹事

池島 良 (広大教育) ikehatar@hiroshima-u.ac.jp
宇佐美広介 (広大総科) usami@mis.hiroshima-u.ac.jp
大西 勇 (広大理) isamu_o@math.sci.hiroshima-u.ac.jp
★川下 美潮 (広大理) kawasita@math.sci.hiroshima-u.ac.jp
倉 猛 (広大理) kura@math.sci.hiroshima-u.ac.jp
柴田徹太郎 (広大総科) shibata@mis.hiroshima-u.ac.jp
滝本 和広 (広大理) takimoto@math.sci.hiroshima-u.ac.jp
松本 敏隆 (広大理) mats@math.sci.hiroshima-u.ac.jp

★印は本セミナーの責任者です