

平成 21 年度

広島大学理学研究科 数学教室談話会

平成 21 年 7 月 7 日 (火) 午後 1 時
広島大学理学部 B 棟 7 階 B707 教室

小池 茂昭 氏 (埼玉大学大学院理工学研究科)

完全非線形楕円型方程式の粘性解の弱 Harnack 不等式について

弱 Harnack 不等式は、楕円型方程式の解の Hölder 連続性を導くだけでなく、解の様々な性質を示すための重要な道具です。本講演では、完全非線形 2 階楕円型方程式の自然な弱解である L^p 粘性解に対して弱 Harnack 不等式が成り立つ十分条件に関する最近の A. Świąch との共同研究を紹介します。

次の完全非線形 2 階一様楕円型方程式の (非負) L^p 粘性優解の弱 Harnack 不等式を得ることを目標とします。

$$\mathcal{P}^+(D^2u) + \mu(x)|Du|^m = -f(x) \quad \text{in } \Omega,$$

ただし、 S^n は n 次の実対称行列、楕円型定数 $0 < \lambda \leq \Lambda$ に対し、Pucci 作用素 \mathcal{P}^+ を次で定義します。

$$\mathcal{P}^+(X) = \max\{-\text{trace}(AX) \mid \lambda I \leq A \leq \Lambda I\} \quad (X \in S^n)$$

また、 $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ は (有界) 開集合で、 $\mu \in L^q(\Omega)$ 、 $f \in L^p(\Omega)$ は非負関数とし、 $m \geq 1$ とします。ただし、 $q \geq n$ 、 $p > p_0$ ($p_0 \in [n/2, n)$) とします。

弱 Harnack 不等式とは、非負関数 u が上式の L^p 粘性優解ならば次を満たすことです。

$$\left(\int_{Q_1} u^r dx \right)^{\frac{1}{r}} \leq C \left(\inf_{Q_1} u + \|f\|_{L^p(Q_4)} \right)$$

ただし、 $C, r > 0$ は u に依存しない定数で (μ には依存します)、 Q_r は一辺が r の原点中心の n 次元立方体です。また、 $Q_4 \subset \Omega$ としておきます。

証明の第一段階で、Aleksandrov-Bakelman-Pucci の最大値原理が必要です。 $m > 1$ の時は、一般にその最大値原理は成り立たないので、条件がつきます。詳しくは講演で述べます。

同日午後 2 時より小会議室 (B708) において講演者を囲んでのお茶会を開きます。お気軽にご参加ください。

問合せ先:

広島大学理学研究科数学教室談話会係

〒739-8526 東広島市鏡山 1-3-1

電話: 082-424-7335 (小林)

email: ryo@math.sci.hiroshima-u.ac.jp

最新の教室情報はホームページをご覧ください。

<http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/>