

代数学 C・代数数理基礎講義 A

4/28 レポート問題

松本 眞*

平成 17 年 5 月 11 日

K を体、 V を K 線形空間とする。 \sim を V 上の同値関係とする。

1. 商写像 $q : V \rightarrow V/\sim$ が K 線形写像となるような K 線形空間の構造が V/\sim に入ることと、

$$[0] := \{v \in V \mid v \sim 0\} \subset V$$

が線形部分空間でかつ $a \sim b \Leftrightarrow a - b \in [0]$ が成り立つこととが同値であることを示せ。

2. さらに、群 G が与えられ、 V が G -加群であるとする。
商写像 $q : V \rightarrow V/\sim$ が G -準同型写像となるような G 加群の構造が V/\sim に入ることと、

$$[0] := \{v \in V \mid v \sim 0\} \subset V$$

が G -部分加群でかつ $a \sim b \Leftrightarrow a - b \in [0]$ が成り立つこととが同値であることを示せ。

3. 上の 2. の条件が成り立つとき、 V/\sim を V の \sim による商 G 加群という。
 V の商 G 加群と V の部分 G 加群の間に自然な一対一対応があることを示せ。

* 広島大学理学部数学科 m-mat@math.sci.hiroshima-u.ac.jp