学籍番号	学年	氏名

計算数学 (2004 年度後期,11 月 24 日実施予定）中間試験模擬問題（松本 眞）

注：途中の計算を**絶対に**消さないこと。途中の計算がないものは**採点できません。**答案用紙が足りない人は、裏を使うことを断わった上で、裏に書いてください。

問題１. 次のプログラムについて、以下の問題に答えよ。

```
#include <stdio.h>
#define N 10000
main(void)
{
  long i;
  long a=0;
  long x=0, y=N;
  for (i=0; i<2*N-1; i++) {
    if ((x+1)*(x+1) + y*y < N*N) {
      x++;
      a = a + y;
    } else {
      y--;
    }
  }
  printf("pi is nearly %.10f\n", ((double) a)/(N*N)*4);
}
```

1. このプログラムは何をどう計算し何を出力するものか、簡潔に説明せよ。（数行の説明で十分。）
2. このプログラムを実行したとき、`if` 文は何回実行されるか。
3. このプログラムにおいて N を増やしていくと、誤差が減っていく。その減り方のオーダーをランダウの記号 $O(f(N))$ を用いて表せ。なぜそうなのか、説明せよ。

問題 2. $0 \le y \le 1$ のとき

$$y - \frac{1}{3}y^3 + \frac{1}{5}y^5 \cdots - \frac{1}{4n-1}y^{4n-1} \le \tan^{-1}(y) \le y - \frac{1}{3}y^3 + \frac{1}{5}y^5 \cdots - \frac{1}{4n-1}y^{4n-1} + \frac{1}{4n+1}y^{4n+1}$$

となる。

1. 上の事実を証明せよ。
2. この式を $n = 2$ に対して用いて $\tan^{-1}(1)$ を近似せよ。それを用いた π の近似を小数点以下二桁まで求めよ (正確な π の値にはならない)。
3. 一般の n に対し、この方法で求める $\tan^{-1}(1)$ の誤差を、ランダウの記号 $O(f(n))$ を用いて表せ。

問題 3. 自然対数の底 e を近似的に求めるプログラムを書き、その繰り返しの回数と近似誤差をランダウの記号を用いて表せ。

問題 4. π を近似的に求めるモンテカルロ法のプログラムを書き、その繰り返しの回数と近似誤差をランダウの記号を用いて表せ。

問題 5. 授業などへの感想、要望を述べよ。