

第 129 回 広島数理解析セミナー (2009 年度)

Hiroshima Mathematical Analysis Seminar No.129

日時 : 5月8日(金) 15:00~17:30

場所 : 広島大学理学部 B707

今回は2件の講演です.

15:00~16:00

講師 : 宮路 智行 氏 (広島大学)

題目 : Stability and bifurcation analysis to dissipative cavity soliton of
Lugiato-Lefever equation in one dimensional bounded interval

要旨 : 近年, “Dissipative soliton” と呼ばれる, 非平衡開放系に現れる局在構造の研究が盛んになってきている. 例えば非線形光学の分野でも, 非線形光共振器内で driving と dissipation 及び, detuning を伴うレーザー光の共振現象によるパターン形成の研究が盛んに行われている. このパターンはパルス状のものであり, あるパラメータ範囲内でパルスの増殖や消滅現象が見られる. これは, あるパラメータ範囲内で定常解のサドルノード分岐が断続的に起こる, “snake bifurcation” の存在から定性的には理解される. パラメータが snake bifurcation の起こっている範囲より少し離れた部分にあれば, そのベクトル場には明確なオブジェクトは存在しなくなる. しかし, ベクトル場の連続性から, その痕跡が残っているので, “極限点の階層構造” と “極限点の余韻” により, パルスの増殖や消滅という遷移過程が現れる. 本講演では, モデル方程式である damping と driving 及び detuning を伴う非線形シュレーディンガー方程式 (Lugiato-Lefever 方程式) の空間的に一様な定常解に対する分岐解析を紹介する. 特に, 空間一次元の有界区間における周期境界条件下で問題を定式化した場合, 一様定常解が一般にピッチフォーク型分岐を生じることを示す. さらに, 分岐の型が超臨界型と亜臨界型とに分けられる余次元 2 分岐点近傍において, より詳細な分岐解析を行い, その特異点近傍に, 大域的な分岐情報の一端が垣間見られることを報告する. この研究は, 大西勇 (広大 (理)), 堤誉志雄 (京大 (理)) 両氏との共同研究であることを申し添えます.

16 : 30 ~ 17 : 30

講師 : 田中 和永 氏 (早稲田大学)

題目 : Nonlinear scalar field equations in \mathbb{R}^N :
mountain pass and symmetric mountain pass approaches

要旨 : 次の非線形楕円型方程式の球対称解の存在について考える.

$$\begin{aligned} -\Delta u &= g(u) \quad \text{in } \mathbb{R}^N, \\ u &\in H^1(\mathbb{R}^N). \end{aligned}$$

この存在問題に関して least energy solution が存在するためのほぼ必要十分条件が $N \geq 3$ のとき Berestycki and Lions (1983), $N = 2$ のとき Berestycki, Gallouët and Kavian (1994) により与えられている. その証明は scaling property を考慮した constraint problem に対する minimizing あるいは minimax 法により行われている (c.f. Coleman, V. Glaser and A. Martin (1978)). また符号変化を許したとき, 無限個の解が存在することも示されている.

ここでは constraint problem を用いずに $H_{rad}^1(\mathbb{R}^N)$ において mountain pass あるいは symmetric mountain pass 法を用いるアプローチを紹介し Berestycki らの結果の別証明を与えると共に $N = 2$ の場合に, 若干の拡張を与える.

広島数理解析セミナー幹事

池島 良 (広大教育) ikehatar@hiroshima-u.ac.jp

宇佐美広介 (広大総科) usami@mis.hiroshima-u.ac.jp

大西 勇 (広大理) isamu_o@math.sci.hiroshima-u.ac.jp

川下 美潮 (広大理) kawasita@math.sci.hiroshima-u.ac.jp

倉 猛 (広大理) kura@math.sci.hiroshima-u.ac.jp

柴田徹太郎 (広大工) shibata@amath.hiroshima-u.ac.jp

★滝本 和広 (広大理) takimoto@math.sci.hiroshima-u.ac.jp

平岡 裕章 (広大総科) hiraok@hiroshima-u.ac.jp

松本 敏隆 (広大理) mats@math.sci.hiroshima-u.ac.jp

★印は本セミナーの責任者です