# 第２１６回 広島数理解析セミナー （２０１７年度）

## Hiroshima Mathematical Analysis Seminar No.216

日時 ： **７月１４日（金）１６：３０～１７：３０**

場所 ： **広島大学理学部 Ｅ２０８**
**（今回の開催場所は，通常と異なりますのでご注意下さい）**

講師 ： 坂上　貴之 氏 （京都大学）

題目 ： 乱流カスケードを生成する一次元偏微分方程式モデルの数学解析と数値解析

要旨 ： 流体乱流現象において，その運動エネルギースペクトルのアンサンブル平均を調べてみると，流体運動の大きなスケールを決める低波数成分と粘性散逸が卓越する高波数成分の間に**慣性領域**と呼ばれる中間波数領域が形成され，低波数で加わった（たとえば巨大な扇風機からの風の流入などにより加わる）エネルギーが，この慣性領域の中で一定の傾きで「バケツリレー」されて高波数成分へと送られ，最終的に粘性項が支配的な高波数領域にて散逸していくという状況がしばしば観察される．このような現象は**エネルギーのカスケード**として知られている．粘性流体の非粘性極限において，この慣性領域はその傾きを維持したままどんどん高波数成分まで拡大するが，その一方で非粘性流れにおいては，流体の運動エネルギーは保存量となることから，カスケード現象は非粘性流れを記述する非線型の微分方程式における解の滑らかさの喪失によって生じる特異なエネルギー散逸と関連があるものと近年考えられている．しかし，現在のところ非粘性極限におけるカスケードの形成の数学的メカニズムを Navier-Stokes 方程式あるいはその形式的非粘性極限として得られる Euler 方程式を使って記述することは極めて難しい状況である．

この慣性領域における流体乱流のカスケード現象の数理的メカニズムを理解するため，京都大学の松本剛氏との共同研究により，一般化 Constantin-Lax-Majda-DeGregorio 方程式（gCLMDG 系）と呼ばれる一次元の偏微分方程式モデル系を我々は提案した．(Physical Review E, **93** 053101 (2016)) この方程式系では形式的に非粘性極限をとると，うまくパラメータを調整することで，その滑らかな解に対して $L^p$ ノルム（$p \geqq 1$）を保存させることができる．さらに，この方程式にランダム外力と微小粘性拡散項を付け加えて数値計算を行うと，その解のエネルギースペクトルの時空平均に慣性領域が現れることが明らかになる．これは，この方程式系が Navier-Stokes 乱流におけるカスケード現象と同様の挙動を示すことを示唆しており，このモデルの解析を通じて乱流におけるカスケード現象の数理について，Navier-Stokes 方程式よりも簡単に調べられることが期待できる．本講演では，最近の乱流の数理的理解に向けた研究の状況を解説することから始めて，この gCLMDG 方程式系の数学解析と数値計算の結果から，カスケード現象のメカニズムについて得られた知見について紹介する．

広島数理解析セミナー幹事
池畠　　良（広大教育）　ikehatar@hiroshima-u.ac.jp
川下　美潮（広大理）　kawasita@hiroshima-u.ac.jp
★滝本　和広（広大理）　ktakimoto@hiroshima-u.ac.jp
水町　　徹（広大理・総科）　tetsum@hiroshima-u.ac.jp
三竹　大寿（広大工）　hiroyoshi-mitake@hiroshima-u.ac.jp
★印は本セミナーの責任者です．