

第 2 3 5 回 広島数理解析セミナー (2 0 1 9 年度)

Hiroshima Mathematical Analysis Seminar No.235

日時 : 6月7日(金) 16:30 ~ 17:30

場所 : 広島大学理学部 B 7 0 7

講師 : 福田 一貴 氏 (北海道大学)

題目 : 移流項を伴う消散型波動方程式の解の漸近挙動

要旨 : 本講演では, 緩和的双曲型保存則系の一種である Jin-Xin モデルから導かれる, 移流項を伴う消散型波動方程式に対する, 初期値問題の時間大域解の漸近挙動を取り扱う:

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} + u_t + (f(u))_x &= 0, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0, \\u(x, 0) &= u_0(x), \quad u_t(x, 0) = u_1(x), \quad x \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

ここで, 移流項は $f(u) = au + \frac{b}{2}u^2 + \frac{c}{3!}u^3$ で与えられるものとし, $|a| < 1$, $b \neq 0$, $c \in \mathbb{R}$ であるとする. 特に, 初期値は十分小さく, 以下のように遠方で多項式減衰している場合を考察する.

$$\begin{aligned}\exists \alpha > 1, \quad \exists C > 0 \quad \text{s.t.} \quad |u_0(x)| &\leq C(1 + |x|)^{-\alpha}, \quad x \in \mathbb{R}, \\ \exists \beta > 1, \quad \exists C > 0 \quad \text{s.t.} \quad |u_1(x)| &\leq C(1 + |x|)^{-\beta}, \quad x \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

この初期値問題については, 初期値の遠方での減衰が十分早い $\alpha, \beta > 2$ の場合については既によく研究されており, Ueda-Kawashima [3] により, 解は非線形散逸波と呼ばれる Burgers 方程式の自己相似解に漸近することが示されている. 更にその後, Kato-Ueda [2] により解の第 2 漸近形が構成され, 非線形散逸波への最適な漸近レートが導出された. 本研究では, 初期値の減衰率に着目し, 初期値が遠方で緩やかに減衰する $1 < \alpha \leq 2$ 又は $1 < \beta \leq 2$ の場合について, その減衰率に対応した解の非線形散逸波への漸近レートを導出した. 更に, そのような場合に対応する, 先行研究 [2] で与えられた関数とは異なる解の第 2 漸近形を具体的に構成することで, 得られた漸近レートの最良性を示すことにも成功したので, それらの結果について報告する.

参考文献

- [1] I. Fukuda: Large time behavior of solutions to the nonlinear hyperbolic relaxation system with slowly decaying data, preprint, arXiv.1904.12378v1.
- [2] M. Kato and Y. Ueda: Asymptotic profile of solutions for the damped wave equation with a nonlinear convection term, Math. Meth. Appl. Sci. **40** (2017) 7760-7779.
- [3] Y. Ueda and S. Kawashima: Large time behavior of solutions to a semilinear hyperbolic system with relaxation, J. Hyperbolic Differ. Equ. **4** (2007) 147-179.

広島数理解析セミナー幹事

川下 美潮 (広大理)	kawasita@hiroshima-u.ac.jp
川下和日子 (広大工)	wakawa@hiroshima-u.ac.jp
佐野めぐみ (広大工)	smegumi@hiroshima-u.ac.jp
★ 滝本 和広 (広大理)	ktakimoto@hiroshima-u.ac.jp
水町 徹 (広大理・総科)	tetsum@hiroshima-u.ac.jp
山崎 陽平 (広大理)	yohei-yamazaki@hiroshima-u.ac.jp

★ 印は本セミナーの責任者です。