# 第２９４回 広島数理解析セミナー （２０２５年度）

## Hiroshima Mathematical Analysis Seminar No.294

日時 ： **１２月５日（金）１５：００～１７：３０**

場所 ： **広島大学理学部 Ａ２０１**

今回は２件の講演です.

１５：００～１６：００

講師 ： 小林　伸達 氏 （東京理科大学）

題目 ： Global well-posedness for a Zakharov type system in bounded domains

要旨 ： 空間 3 次元一般化 Zakharov 系

$$\begin{cases} i\partial_t u = Au + vu, \\ \partial_t v = -A^{1/2}w, \\ \partial_t w = A^{1/2}v + |u|^2 \end{cases} \tag{gZ}$$

の初期値問題を考える．ここで，$A = -\Delta$, $D(A) = (H^2 \cap H_0^1)(\Omega)$, $(u, v, w)$ は $(t, x) \in \mathbb{R} \times \Omega$ を変数とする未知関数であり，$u$ は複素数値，$v$, $w$ は実数値とする．また，$\Omega \subset \mathbb{R}^3$ は滑らかな境界を持つ有界領域とする．

Fourier 変換の議論が行えることから，$\mathbb{R}^N$ 上の Zakharov 系の初期値問題の適切性は多く研究されているが，一般領域における研究は少ない．本研究では，Ozawa-Tomioka [1] に基づいて，修正エネルギー法という Fourier 変換に依らない手法を用いることで方程式系 (gZ) の時間大域適切性を考察した．

方程式系 (gZ) は質量 $M$ とエネルギー $E$ が保存し，それぞれ

$$M(u) = \|u\|_{L^2}^2,$$
$$E(\vec{u}) = \|\nabla u\|_{L^2}^2 + \frac{1}{2}(\|v\|_{L^2}^2 + \|w\|_{L^2}^2) + (v, |u|^2)_{L^2}$$

で定義される．

**定理**　任意の $(u_0, v_0, w_0) \in D(A) \times D(A^{3/4}) \times D(A^{3/4})$ に対して，$(u(0), v(0), w(0)) = (u_0, v_0, w_0)$ を満たす (gZ) の解 $(u, v, w) \in C(\mathbb{R}; D(A) \times D(A^{3/4}) \times D(A^{3/4})) \cap C^1(\mathbb{R}; L^2(I) \times D(A^{1/4}) \times D(A^{1/4}))$ が一意的に存在し，以下が成り立つ．

(1)　質量とエネルギーが保存する．すなわち，任意の $t \in \mathbb{R}$ に対して，

$$M(u(t)) = M(u_0),\ E(\overrightarrow{u}(t)) = E(\overrightarrow{u}_0).$$

(2)　$\|u_0\|_{H^2}, \|v_0\|_{H^1}, \|w_0\|_{H^1}$ にのみ依存する正定数 $C > 0$ が存在し，すべての $t \in \mathbb{R}$ に対して，

$$\|u(t)\|_{H^2} + \|v(t)\|_{H^1} + \|w(t)\|_{H^1} \leq C(1 + |t|^2).$$

(3)　$((u_0^n, v_0^n, w_0^n))_{n\in\mathbb{N}} \subset D(A) \times D(A^{3/4}) \times D(A^{3/4})$ が

$$(u_0^n, v_0^n, w_0^n) \to (u_0, v_0, w_0) \text{ in } D(A) \times D(A^{3/4}) \times D(A^{3/4})$$

を満たすとき，任意の $T > 0$, $s \in [0, 2)$, $\sigma \in [0, 1)$ に対して，

$$(u_n, v_n, w_n) \to (u, v, w) \text{ in } C([-T, T]; H^s(\Omega) \times H^\sigma(\Omega) \times H^\sigma(\Omega)).$$

ただし，$(u_n, v_n, w_n)$ は $(u_0^n, v_0^n, w_0^n)$ を初期値とする方程式系 (gZ) の解である．

**注意**　[1] では $u$ の属するクラスが $D(A)$ に値をとる弱連続な関数までしか得られていなかったが，これを $D(A)$ に値をとる連続な関数まで強めることができた．

## 参考文献

[1] T. Ozawa and K. Tomioka, *Zakharov system in two space dimensions*, Nonlinear Anal. **214** (2022), Paper No. 112532, 20 pp.

１６：３０～１７：３０

講師 ： 岡崎　大輝 氏 （東北大学）

題目 ： 粘性表面準地衡方程式の解の一意性

要旨 ： 本発表では，表面準地衡方程式の解の一意性について考察する．粘性項として分数冪ラプラシアンを有する場合を考え，解の一意性が成立する空間を分数冪ラプラシアンの指数に応じて分類す．分数冪ラプラシアンの指数が大きい場合には，Lebesgue 空間における解の一意性が知られている．それに対して，本発表では正則性が負であるような，Lebesgue 空間を包含する関数空間において解の一意性を考察する．一方，分数冪ラプラシアンの指数が小さい場合には，補助空間を付与した空間における解の一意存在性が知られている．ここでは，補助空間を付与しなくとも解の一意性が成立することを示す．本講演の内容は，岩渕司氏（東北大学）との共同研究に基づく．

**本セミナーに参加ご希望の方は，広島数理解析セミナーのホームページ**

https://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/ca/seminar.html

**にあるフォームからお申し込みください．**


広島数理解析セミナー幹事

岡本　　葵（広大先進理工・理） mokamoto@hiroshima-u.ac.jp
川下　美潮（広大先進理工・理） kawasita@hiroshima-u.ac.jp
川下和日子（広大先進理工・工） wakawa@hiroshima-u.ac.jp
★滝本　和広（広大先進理工・理） ktakimoto@hiroshima-u.ac.jp
柘植　直樹（広大先進理工・工） ntsuge@hiroshima-u.ac.jp
内藤　雄基（広大先進理工・理） yunaito@hiroshima-u.ac.jp
水町　　徹（広大先進理工・総科）tetsum@hiroshima-u.ac.jp
吉川　周二（広大先進理工・工） s-yoshikawa@hiroshima-u.ac.jp
若杉　勇太（広大先進理工・工） wakasugi@hiroshima-u.ac.jp

★印は本セミナーの責任者です．