# 第８４回 広島数理解析セミナー （２００４年度）

## Hiroshima Mathematical Analysis Seminar No.84

日時 ： **１２月１０日（金）１６：３０〜１７：３０**

場所 ： **広島大学理学部 Ｂ７０７**

講師 ： 杉山　由恵 氏 （津田塾大学）
題目 ： 準線形退化放物型をした Keller-Segel 系の解の存在と漸近挙動について
要旨 ： 退化放物型をした Keller-Segel 系の初期値問題

$$
(\mathrm{KS})_\tau \begin{cases} u_t = \nabla \cdot \Big( \nabla u^m - u \nabla v \Big), & x \in \mathbb{R}^N,\ t > 0, \\ \tau v_t = \Delta v - v + u, & x \in \mathbb{R}^N,\ t > 0, \\ u(x,0) = u_0(x), \quad \tau v(x,0) = \tau v_0(x), & x \in \mathbb{R}^N, \end{cases}
$$

を考える. ここで, $\tau = 0$ or $1$, $m > 1$, $N \geq 1$ とする.

$(\mathrm{KS})_\tau$ の第１式, 第２式で $m = 1,\ \tau = 0$ とした model は Nagai model と呼ばれている.　Nagai model に対しては, これまでに多くの研究結果が報告されている. 存在定理については, T.Nagai 先生により以下の結果が得られている.

(i)　$m = 1,\ N = 1$ の時には時間大域的に解 $u$ が存在する.
(ii)　$m = 1,\ N \geq 3$ の時には初期値への適切な仮定のもと, 解 $u$ が有限時間で爆発する.
(iii)　$m = 1,\ N = 2$ の時には初期値の $L^1$-norm の大小に依存して, 時間大域的に解 $u$ が存在するか否か決定される.

退化放物型である $m > 2 - \frac{2}{N}$ の場合, 拡散効果が強いので上記の結果と比べて, 大域可解性の範囲が (初期値への smallness の仮定なしに) 広がる.

本講演では,

(I)　$m > 2 - \frac{2}{N}$ であるとき, あるいは
(II) $1 < m \leq 2 - \frac{2}{N}$ かつ $\|u_0\|_{L^{\frac{N(2-m)}{2}}}$ が十分小さいとき
$(\mathrm{KS})_\tau$ の弱解 $(u(t), v(t))$ の時間大域的な可解性を考察する.

更に $L^\infty(\mathbb{R}^N)$ 評価:

$$
\sup_{t>0} \left( \|u(t)\|_{L^\infty(\mathbb{R}^N)} + \|v(t)\|_{L^\infty(\mathbb{R}^N)} \right) \quad < \infty
$$

と (II) の場合の減衰評価について考察する.

広島数理解析セミナー幹事


池畠　　良（広大教育）ikehatar@hiroshima-u.ac.jp<br>
宇佐美広介（広大総科）usami@mis.hiroshima-u.ac.jp<br>
大西　　勇（広大理）　isamu_o@math.sci.hiroshima-u.ac.jp<br>
★川下　美潮（広大理）　kawasita@math.sci.hiroshima-u.ac.jp<br>
倉　　　猛（広大理）　kura@math.sci.hiroshima-u.ac.jp<br>
柴田徹太郎（広大工）　shibata@amath.hiroshima-u.ac.jp<br>
滝本　和広（広大理）　takimoto@math.sci.hiroshima-u.ac.jp<br>
松本　敏隆（広大理）　mats@math.sci.hiroshima-u.ac.jp


★印は本セミナーの責任者です