パーコレーション ・無限粒子系の相転移現象と共存– 非共存

今野紀雄　(横浜国立大学 工学部)

本講演は3つのパートに分けられる．

最初のパートは，今回の談話会の導入として，ビデオ[1]を用い，2次元ボンドパーコレーションと侵入型（インヴェージョン）パーコレーションについて簡単に紹介する．

次のパートが本講演のメインパートであるが，ここで紹介する確率モデルは「Domany-Kinzel モデル」[2]と呼ばれるものである．このモデルは，以下で記述される1次元離散時間マルコフ過程であり，ξ_n^A を $A \subset 2\mathbf{Z}$ から出発したときの時刻 n における粒子の集合とすると、時間発展は

(i) $P(x \in \xi_{n+1}^A | \xi_n^A) = f(|\xi_n^A \cap \{x-1, x+1\}|)$，

(ii) ξ_n^A が与えられたとき，$\{x \in \xi_{n+1}^A\}$ は独立，但し，

$$f(0) = 0, \qquad f(1) = p, \qquad f(2) = q \qquad (0 \le p, q \le 1).$$

で定義される．従って，このモデルは $S = \{s = (x, n) \in \mathbf{Z} \times \mathbf{Z}_+ : x + n = \text{偶数}\}$ 上で考えることが出来る．ここで，$\mathbf{Z}_+ = \{0, 1, 2, \ldots\}$．特に，$q = 2p - p^2$ のときは，方向性のあるボンド ・パーコレーションに，$q = p$ のときは，方向性のあるサイト ・パーコレーションに一致する．この Domany-Kinzel モデルに関する参考文献として，例えば Durrett[3] の第5章を参照のこと．原点から出発した ξ_n^o に対する粒子の生存確率を $\theta(p, q)$ とおく．即ち，

$$\theta(p, q) = \lim_{n \to \infty} P(\xi_n^o \neq \phi)$$

さらに，$q \in [0, 1]$ を固定したときの臨界確率 $p_c(q)$ を以下で定義する ：

$$p_c(q) = \inf\{p \in [0, 1] : \theta(p, q) > 0\}$$

現在この臨界線 $(p_c(q), q)(q \in [0, 1])$ は厳密に求められていないが，様々な評価や部分的な結果は得られている．このパートでは，それらに関して，我々の研究の結果や予想をまじえながら紹介したい．

時間があれば，最後のパートでは，植生遷移モデル[4]の共存と非共存の関係を，シミュレーションを見て頂きながら，幾つかの知られている結果と予想問題についてお話したい．

参考文献

1) 古賀祐次 (1999). パーコレーションモデルのＣＧ表現.
2) Domany, E. and Kinzel, W. (1984). Equivalence of cellular automata to Ising models and directed percolation. *Phys. Rev. Lett.* **53,** 311-314.
3) Durrett, R. (1988). *Lecture Notes on Particle Systems and Percolation* Wadsworth, Inc., California.
4) Sato, K. and Konno, N. (1995). Successional dynamical models on the 2-dimensional lattice space. *J. Phys. Soc. Jpn.* **64,** 1866-1869.