数学教室談話会アブストラクト (2001 年 5 月 8 日)

Mordell-Weil 格子理論とその応用

伊藤 浩行 (広島大学大学院工学研究科)

楕円曲線の有理点のなす群を Mordell-Weil 群といい、数論的幾何学の最も基本的研究対象の一つであるが、楕円曲線が大域体上定義されているときに楕円曲線 (の幾何) から決まる高さ関数 (canoninal height) という重要な道具を用いることにより Mordell-Weil 群を詳しく研究することが出来る。そして、この高さ関数から決まる双一次形式を用いて Mordell-Weil 群を格子とみたものが Mordell-Weil 格子である。格子としては自然に A-D-E 型のルート格子が表れ、また更に興味深い Leech 格子、Barnes-Wall 格子なども表れる。

講演では定義体が 1 変数代数関数体の場合に、小平–Néron モデルの理論、曲面の交点理論を使い関数体上の楕円曲線の Mordell-Weil 群に格子構造を定義しその性質を調べる。

一般に関数体上の楕円曲線は大きく分けて “moving moduli” の場合と” constant moduli” の 2 通りの場合があるが、前者はその構成から、密な球面充填の構成や符号理論、暗号理論などへ応用があり、また後者は、特異点理論 (特異点の変形)、代数方程式論 (Galois 理論)、モジュライ理論等への応用などがある。どちらの場合も基礎体の標数が 0 の場合のみならず正の場合が非常に興味深い。

講演では特に”moving moduli” の場合を、特異点の変形の視点から代数方程式、モジュライ理論への応用という立場で紹介する。