写像の微分とベクトル場の積分

西 村 尚 史
(横浜国立大学教育人間科学部)

C^∞ 級写像たちの局所的様相を比較したい．局所的考察なので，

$$\text{対象は，}\quad C^\infty \text{ 級写像芽 } f, g : (\mathbf{R}^n, 0) \to (\mathbf{R}^p, 0)$$

であり，比較に使う

$$\begin{gathered}\text{同値関係は，適当な } C^\infty \text{ 級座標変換により一致する，すなわち，}\\ \exists\, C^\infty \text{ 級微分同相芽 } s : (\mathbf{R}^n, 0) \to (\mathbf{R}^n, 0), t : (\mathbf{R}^p, 0) \to (\mathbf{R}^p, 0)\\ \text{such that } f \circ s(x) = t \circ g(x)\end{gathered}$$

であるとする．この同値関係は $\mathcal{A}$-同値（あるいは，右左同値）と呼ばれる．次の基本的問題（**recognition problem** と呼ばれる）を考える．

[問題]　与えられた二つの C^∞ 級写像芽が $\mathcal{A}$-同値かどうか判定せよ．

どちらか一方の写像芽（の原点におけるヤコビ行列）がフルランクであれば完全に決定できる，ということが陰関数の定理からわかるし，どちらか一方の写像芽が線形であれば完全に決定できる，ということが階数定理 (rank theorem) からわかる．しかし，これらの場合を除外し，どちらの写像芽も非線形であり，しかも，原点が特異点となっている場合に対しては，成熟した感のある「可微分写像の特異点論」と言えど，特別な場合を除き，有効な方法を用意していなかったと言える．

　この講演では，上記の問題に対し肯定的解答を与える，初等的かつ構成的（従って計算が比較的容易）であり，しかも，統一的な判定法を具体例付きで紹介する．

　詳細はすべて以下に説明してあるので，もしも興味を持っていただけたらこちらをお読み下さい．

T. Nishimura, Criteria for right-left equivalence of smooth map-germs, Topology, 40(2001), 433-462.