

数理解析学 A・数理解析基礎講義 A レポート問題 No.1 (2025.4.8 出題)

解答は A4 の用紙 に記入し、**4月10日(木) 10:30 まで** に、

- 紙媒体であれば数学図書室内レポートボックスに提出、または 4月10日(木) の講義時に滝本に直接提出
- PDF ファイルであれば Moodle に提出
(ファイル名は SuurikaisekiAreport1_*****.pdf (***** は学生番号))

して下さい。表紙は不要ですが、学生番号・氏名をお忘れなく。

1 Lebesgue の収束定理のステートメントを書け。(証明は不要)

2 $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$ を証明せよ。(できるだけ厳密に)

(ヒント: $I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$ とおき, I^2 を重積分 (の極限) で表す.)

3 $\xi \in \mathbb{R}$ を定数とする。次の各問に答えよ。

(1) $f(z) = \frac{e^{-i\xi z}}{z^2 + 1}$ とおく。複素平面 \mathbb{C} 内における $f(z)$ の極を全て求め、おのおのの極における位数および留数を求めよ¹。(答だけで良い)

(2) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\xi x}}{x^2 + 1} dx$ の値を、複素積分の方法を用いて求めよ。

¹ 「極の位数」「留数」の意味が分からない場合は、複素解析学の本を見て調べましょう。それでも分からなければ、関数 $f(z)$ が正則でない点を全て求めて下さい。